

Osnovne vrste naprezanja:

Aksijalno naprezanje

Smicanje

Uvijanje

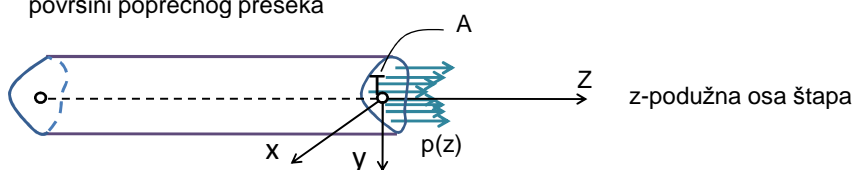
Savijanje

Izvijanje

1

AKSIJALNO NAPREZANJE

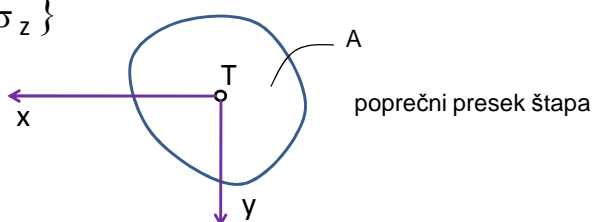
Štap je opterećen na bazisima opterećenjem u z pravcu ravnomerno po površini poprečnog preseka



$$\sigma_z = p(z)$$

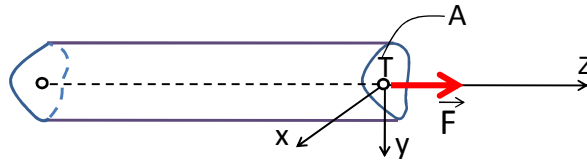
U tački T za ravan čija je normala u pravcu z ose postoji samo jedan napon σ_z , normalni napon u pravcu z ose. Sve ostale komponente tenzora napona su jednake nuli pa je tenzor napona kod aksijalnog naprezanja

$$\sigma = \{ \sigma_z \}$$



2

Ako je štap opterećen koncentrisanom silom u težištu poprečnog preseka u pravcu ose z tada je napon u štapu



$$\sigma_z = \frac{F}{A} = \frac{\text{sila}}{\text{površina}} \quad \text{jedinice} \quad \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \quad \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad \text{MPa}$$

$$\text{MPa} = 0.1 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_z = \frac{F}{A}$$

Napon kod aksijalnog naprezanja je

napon=sila kroz površina

3

Sile koje deluju na štap

sila zatezanja
zateže svoj kraj štapa



sila je pozitivna

sila pritiska
pritiska svoj kraj štapa



sila je negativna

Izduženje aksijalno napregnutog štapa



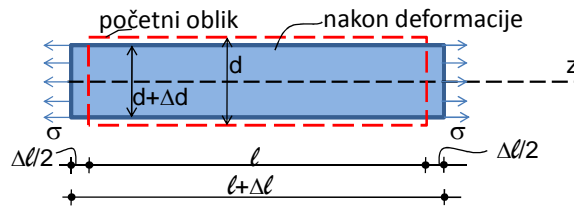
sila zatezanja izaziva
izduženje štapa



sila pritiska izaziva
skraćenje štapa

4

Mi posmatramo izduženje štapa



$$\varepsilon_z = \frac{\Delta l}{l} \quad \text{dilatacija ili relativno izduženje štapa u pravcu ose z}$$

$$\varepsilon_p = \frac{\Delta d}{d} \quad \text{poprečna dilatacija}$$

U području elastičnih deformacija postoji veza između uzdužnih i poprečnih dilatacija, koja je eksperimentalno određena i data izrazom

$$\nu = -\frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_z} \rightarrow \varepsilon_p = -\nu \cdot \varepsilon_z$$

ν - Poissonov (Poisson) koeficijent.
Znak minus pokazuje da je poprečna dilatacija suprotnog predznaka od uzdužne.

5

Veza između napona i deformacije

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad \text{Hukov (Hooke) zakon}$$

gde je E-modul elastičnosti (MPa)

$$\varepsilon_z = \frac{\Delta l}{l} \quad \text{pa sledi da napon jednak}$$

$$\sigma = E \cdot \frac{\Delta l}{l} \quad \text{zamenimo napon sa } F/A \quad (\text{sila kroz površina})$$

$$\frac{F}{A} = E \cdot \frac{\Delta l}{l} \quad \text{iz ove jednačine sledi da je izduženje štapa jednako}$$

$$\Delta l = \frac{F \cdot l}{E \cdot A}$$

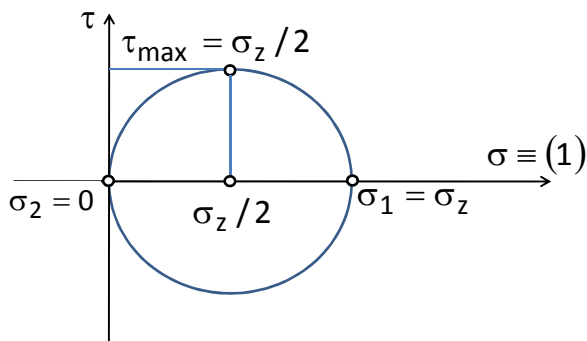
izduženje štapa **dužine** l , čiji je poprečni presek **površine** A , od **materijala** sa modulom elastičnosti E i koji je opterećen silom F

6

Morov krug napona

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_z + \sigma_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_z - \sigma_y)^2 + 4\tau_{zy}^2}$$

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_z}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\sigma_z^2} \rightarrow \sigma_1 = \sigma_z \quad \sigma_2 = 0$$

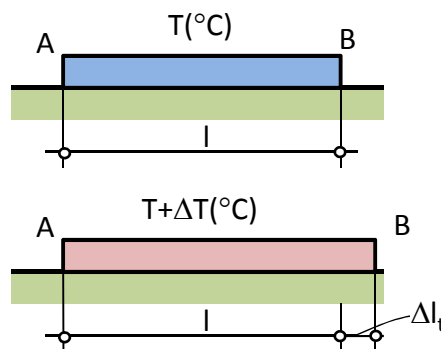


7

Uticaj temperature

Zagrevanje (hlađenje) utiče na pojavu deformacija (širenja ili skupljanja) tela.

Homogeni štap ravnomernog poprečnog preseka postavljen je na horizontalnu podlogu i zagrejan.



Ako temperatura štapa poraste za ΔT štap će se izdužiti za Δl_t

8

Izduženje je proporcionalno dužini l , promeni temperature ΔT i koeficijentu termikog širenja α , koji predstavlja karakteristiku materijala, tj.

$$\Delta l_t = \alpha \cdot \Delta T \cdot l \quad \text{izduženje štapa usled promene temperature za } \Delta T$$

sledi

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \alpha \cdot \Delta T \quad \text{Termička dilatacija}$$

izduženje štapa nije sprečeno i on se nesmetano širi tako da nema pojave napona usled zagrevanja štapa

9

Ukoliko je širenje štapa sprečeno dolazi do pojave napona usled zagrevanja štapa



$$\frac{F \cdot l}{E \cdot A} = \alpha \cdot \Delta T \cdot l \quad \rightarrow \quad \frac{F}{A} = E \cdot \alpha \cdot \Delta T \quad \rightarrow \quad \sigma = E \cdot \alpha \cdot \Delta T$$

10

Dimenzionisanje pri aksijalnom naprezanju

Da ne bi došlo do sloma grede potrebno je da je

$$\sigma_z \leq \sigma_d$$

gde je σ_d -dozvoljni napon

Dozvoljeni napon dobijamo kada podelimo napon na granici tečenja sa koeficijentom sigurnosti za žilave materijale

$$\sigma_d = \frac{\sigma_T}{n_T}$$

Dozvoljeni napon dobijamo kada podelimo napon na granici loma sa koeficijentom sigurnosti za krte materijale

$$\sigma_d = \frac{\sigma_L}{n_L}$$

11

Kako je $\sigma_z = \frac{F}{A}$ sledi da je $\frac{F}{A} \leq \sigma_d$

Slučajevi:

1. Poznato F i σ_d $\rightarrow A \geq \frac{F}{\sigma_d}$

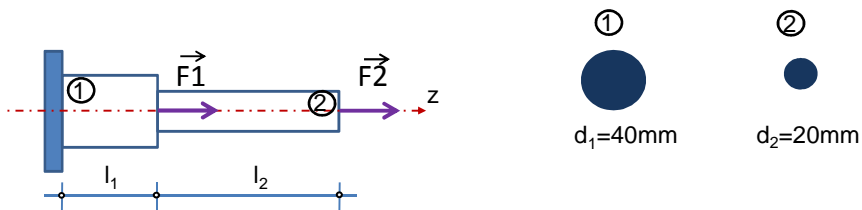
2. Poznato A i σ_d $\rightarrow F \leq A \cdot \sigma_d$

12

STATIČKI ODREĐENI ZADACI

Primer 4.1

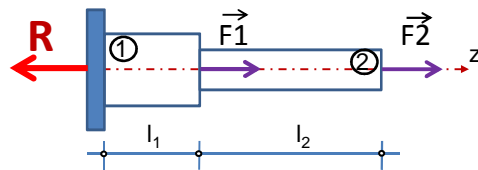
Štap AB kružnog preseka izrađen je od čelika ($E=21000 \text{ kN/cm}^2$), i opterećen silama $F_1=10\text{kN}$ i $F_2=30\text{kN}$. Izračunati napone u pojedinim delovima štapa i ukupno izduženje štapa. Dato je: $l_1=40\text{cm}$, $l_2=80\text{cm}$, prečnici $d_1=40\text{mm}$ i $d_2=20\text{mm}$.



13

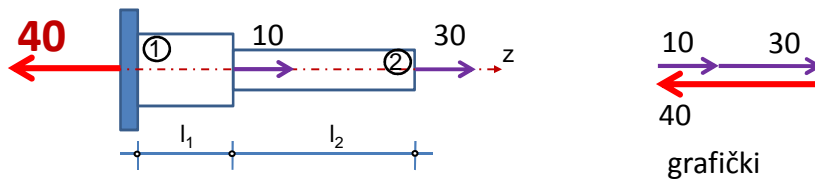
Rešenje:

Uslov ravnoteže: $\sum Z_i = 0$ -kolinearni sistem sila

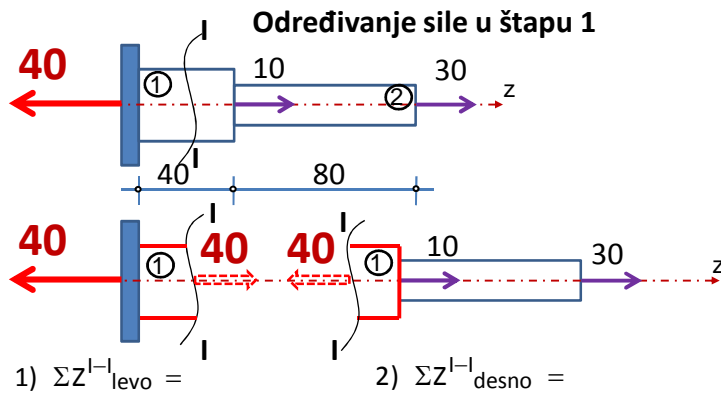


$$\sum Z_i = 0 \quad ; \quad R - F_1 - F_2 = 0; \quad R - 10 - 30 = 0$$

$$R = 10 + 30 = 40 \text{ kN}$$

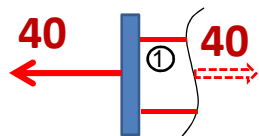


14



Normalna (aksijalna) sila u nekom preseku jednaka je sumi svih normalnih sila levo **ili** desno od posmatranog preseka

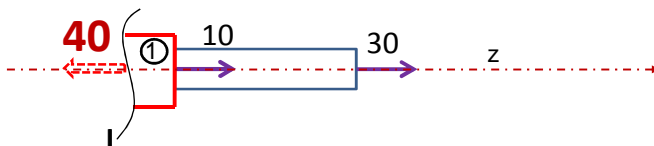
1) $\Sigma Z^{I-I}_{levo} = 40 \text{ kN}$



Aksijalna sila je pozitivna ako zateže svoj kraj štapa

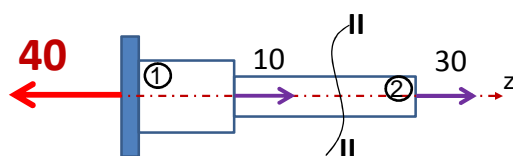
15

2) $\Sigma Z^{I-I}_{desno} = 40 \text{ kN}$



Određivanje sile u štapu 2

Postavimo presek II-II kroz štap 2 i sumiramo sile levo ili desno od preseka II-II



1) $\Sigma Z^{II-II}_{levo} = 40 - 10 = 30 \text{ kN}$

2) $\Sigma Z^{II-II}_{desno} = 30 \text{ kN}$

16

Sada nacrtamo dijagram aksijalnih sila

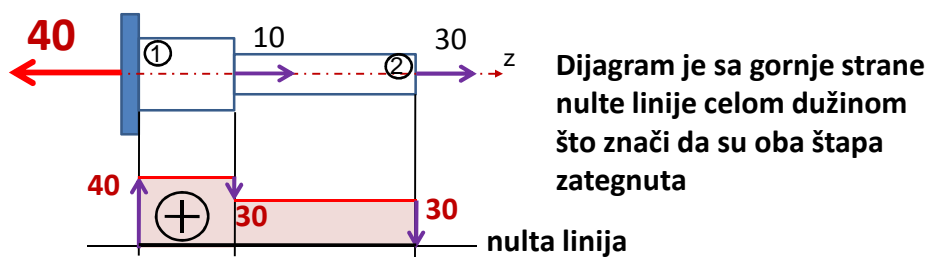
dijagrami se crtaju upravno na osu nosača

Krenemo sa jedne strane i sabiramo sve aksijalne sile do posmatranog preseka

Na levoj strani je prva sila od 40 kN i ona zateže svoj kraj štapa, znači ona je pozitivna. Pozitivne sile crtamo sa gornje strane nulte linije.

Ta sila je jedina sa leve strane sve do sile od 10 kN. Sila od 10 kN pritiska naredni štap i deluje negativno (na dole).

Dalje nema promene sile sve do kraja štapa 2 gde sila od 30 kN deluje negativno posmatrano sa leve strane i vraća dijagram u nulu.



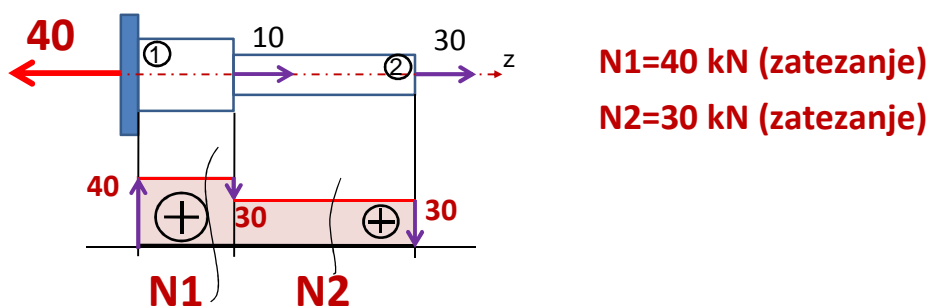
17

Naponi u pojedinim delovima štapa

$$\sigma_z = \frac{F}{A} \quad \text{Gde je } F \text{ sila u štapu a } A \text{ površina štapa}$$

Obeležimo sada unutrašnje sile u štapovima sa N (da ne bi smo mešali spoljne sile obeležene sa F i unutrašnje presečne sile (aksijalne sile))

Sa dijagrama pročitamo vrednosti sila u štapovima



18

Naponi u pojedinim delovima štapa

$$\sigma_z^1 = \frac{N_1}{A_1} \quad \text{Površina štapa 1 - } A_1$$

$$A_1 = \frac{d^2 \pi}{4} = \frac{4^2 \pi}{4} = 4 \cdot 3.14 = 12.56 \text{ cm}^2$$

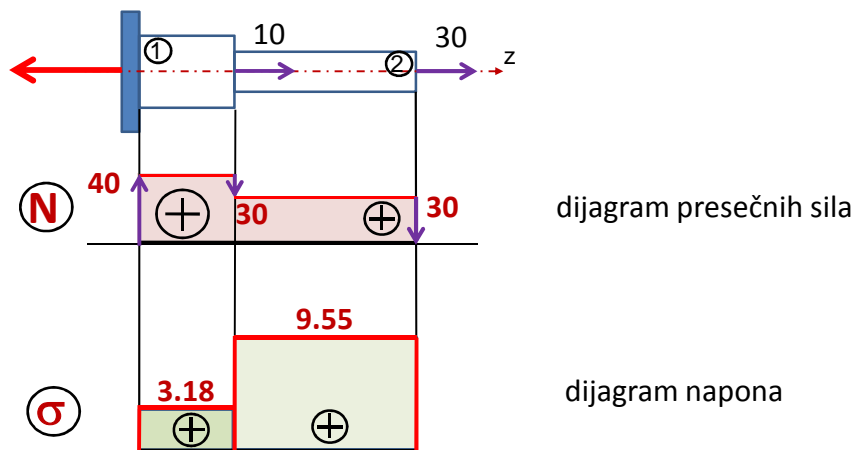
$$\sigma_z^2 = \frac{N_2}{A_2} \quad \text{Površina štapa 2 - } A_2$$

$$A_2 = \frac{d^2 \pi}{4} = \frac{2^2 \pi}{4} = 3.14 \text{ cm}^2$$

$$\sigma_z^1 = \frac{40}{12.56} = 3.18 \text{ kN/cm}^2 \quad \text{-napon u štapu 1}$$

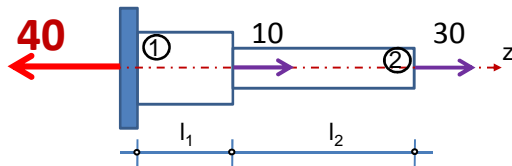
$$\sigma_z^2 = \frac{30}{3.14} = 9.55 \text{ kN/cm}^2 \quad \text{-napon u štapu 2}$$

19



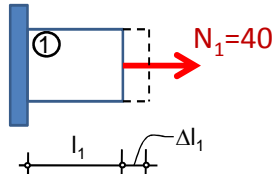
20

Izduženje štapova



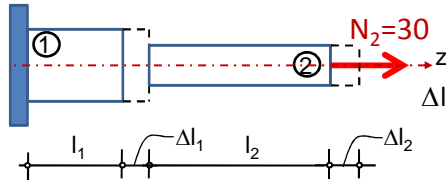
$$\Delta l = \frac{F \cdot \ell}{E \cdot A}$$

Izduženje štapa ①



$$\Delta l_1 = \frac{N_1 \cdot l_1}{E \cdot A_1} = \frac{40 \cdot 40}{21000 \cdot 12,56} = 0,006 \text{ cm}$$

Izduženje štapa ②



$$\Delta l_2 = \frac{N_2 \cdot l_2}{E \cdot A_2} = \frac{30 \cdot 80}{21000 \cdot 3,14} = 0,036 \text{ cm}$$

21

Ukupno izduženje štapova

Početna dužina štapova je jednaka $l_{\text{poč}} = l_1 + l_2$

Ukupna dužina štapova nakon deformacije je $l_{\text{def}} = l_1 + \Delta l_1 + l_2 + \Delta l_2$

Ukupno izduženje štapova je

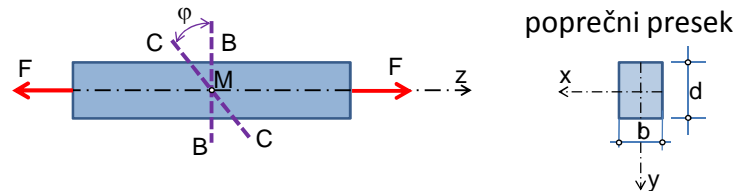
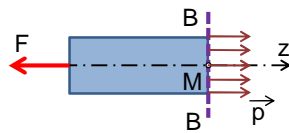
$$l_{\text{def}} - l_{\text{poč}} = \cancel{l_1} + \Delta l_1 + \cancel{l_2} + \Delta l_2 - (\cancel{l_1} + \cancel{l_2}) = \Delta l_1 + \Delta l_2$$

$$\Delta l = 0,006 + 0,036 = 0,042 \text{ cm}$$

22

Primer 4.2

Štap poprečnog preseka A opterećen je na zatezanje dvema kolinearnim silama F. Treba odrediti vrednost komponentata napona u poprečnom preseku B-B i kosom preseku C-C, ako je zadato: $F=12 \text{ kN}$
 $b=1,5 \text{ cm}$ $d=2 \text{ cm}$ $\varphi=40^\circ$

**a) naponi u preseku B-B ($\varphi=0$)**

uslov ravnoteže leve strane

$$2) \sum F_z^{\text{levo}} = 0 \rightarrow F - p \cdot A = 0$$

$$p = \sigma_z = \frac{F}{A}$$

23

površina preseka je

$$A = 1,5 \cdot 2 = 3,0 \text{ cm}^2$$

$$p = \sigma_z = \frac{F}{A} = \frac{12}{3} = 4 \text{ kN/cm}^2$$

naponi kroz tačku za presek čija normala zaklapa ugao φ sa z osom

$$\sigma_n = \sigma_z \cdot \cos^2 \varphi + \sigma_y \cdot \sin^2 \varphi + \tau_{yz} \sin 2\varphi$$

$$\tau_n = \frac{1}{2}(\sigma_z - \sigma_y) \sin 2\varphi - \tau_{yz} \cos 2\varphi$$

$$\text{za } \varphi=0 \text{ (preseki B-B)} \quad \cos 0^\circ=1 \quad \sin 0^\circ=0 \quad \sigma_y = \tau_{yz} = 0$$

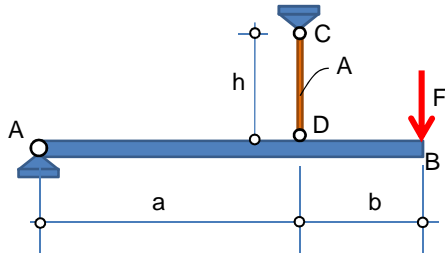
$$\sigma_n = \sigma_z = \sigma_1 = 40 \text{ MPa}$$

$$\tau_n = 0$$

24

Primer 4.3

Štap AB obešen je u tački D o šipku C-D, a zglobno vezan u čvoru A. Na slobodnom kraju u čvoru B opterećen je silom F . Pod pretpostavkom da je štap AB krut odrediti pomeranje čvora B. Štap je poprečnog preseka A i modula elastičnosti E .

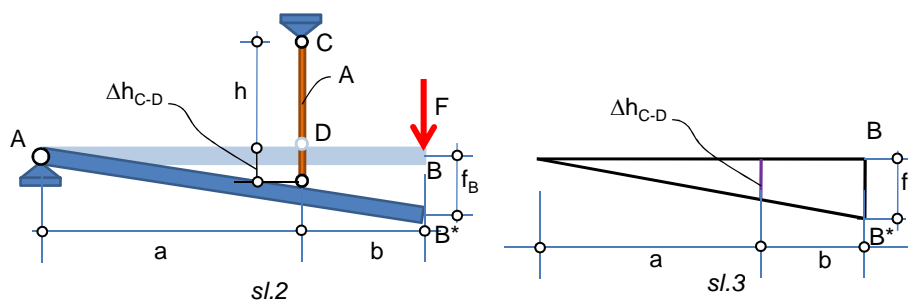
**Rešenje**

Objašnjenje pojmova

Kruta greda: greda koja se ne deformiše usled delovanja sila na nju.

27

Usled delovanja sile F greda A-B se pomera u novi položaj koji zavisi od izduženja štapa CD (slika 2)



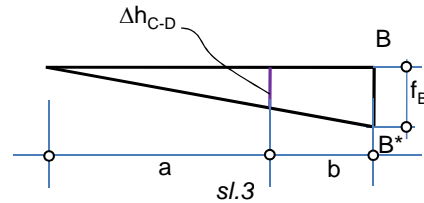
Šta se dešava: Greda A-B se obrće oko čvora A (jedino dozvoljeno)
Štap C-D se izdužuje za vrednost Δh_{C-D} (štap C-D nije krut, odnosno može da se deformiše) i kruta greda A-B dolazi u novi položaj kao na sl.2. Čvor B se pomera u položaj B^* .

Ovde se radi o malim pomeranjima pa je u trouglu ABB^* u čvoru B prav ugao (slika 3)

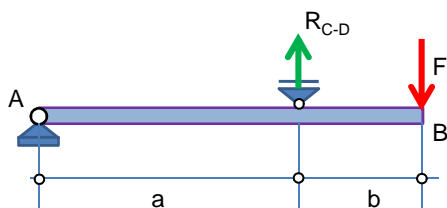
28

kako rešavamo zadatak?

1. Odredimo silu u štapu C-D
2. Odredimo izduženje štapa C-D
3. Iz sličnosti trouglova (sl.3) odredimo pomeranje čvora B



1. Određivanje sile u štapu C-D



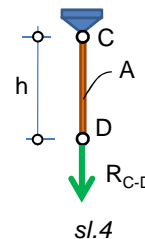
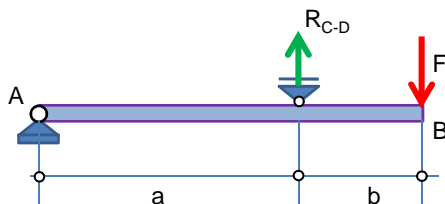
Štap C-D je prost štap (u njemu se javlja samo sila u pravcu ose štapa)
Na mestu veze štapa sa krutom gredom možemo postaviti pokretan oslonac sa reakcijom u pravcu ose štapa C-D

29

Iz uslova $\Sigma M_A=0$ dobijamo reakciju R_{C-D}

$$\Sigma M_A=0 \quad F \cdot (a+b) - R_{C-D} \cdot a = 0 \rightarrow R_{C-D} = \frac{a+b}{a} \cdot F$$

Sila R_{C-D} se prenosi na štap C-D i deluje suprotno od dobijene reakcije (prema zakonu akcije i reakcije) slika 4.



2. Određivanje izduženja štapa C-D

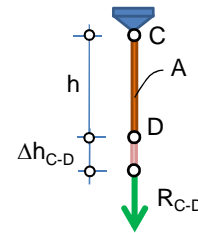
Sila R_{C-D} zateže štap C-D i izduženje je jednako

$$\Delta \ell = \frac{F \cdot \ell}{E \cdot A}$$

30

gde je $F=R_{C-D}$ $R_{C-D} = \frac{a+b}{a} \cdot F$
 $l=h$

$$\Delta h_{C-D} = \frac{F \frac{a+b}{a} \cdot h}{E \cdot A} = \frac{F \cdot h}{E \cdot A} \left(\frac{a+b}{a} \right)$$



sl.5

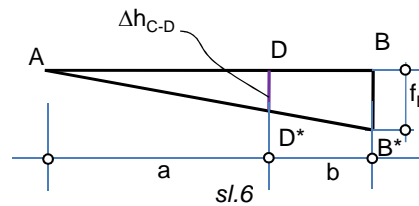
3. Određivanje pomeranja čvora B

iz sličnosti trouglova ADD* i ABB*

$$\frac{\Delta h_{C-D}}{a} = \frac{f_B}{a+b}$$

odakle je

$$f_B = \Delta h_{C-D} \left(\frac{a+b}{a} \right) = \frac{F \cdot h}{E \cdot A} \left(\frac{a+b}{a} \right)^2$$



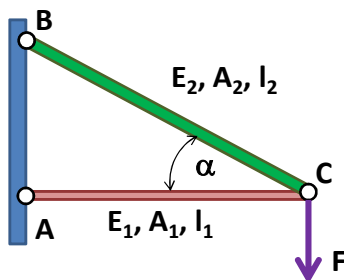
sl.6

31

Primer 4.4

Dva štapa različitog materijala i različitog poprečnog preseka opterećena su vertikalnom silom F prema slici.

Naći pomeranje čvora C u horizontalnom i vertikalnom pravcu



Postupak

1. Odredimo sile u štapovima
2. Nacrtamo plan pomeranja
3. Odredimo pomeranje čvora C

Rešenje

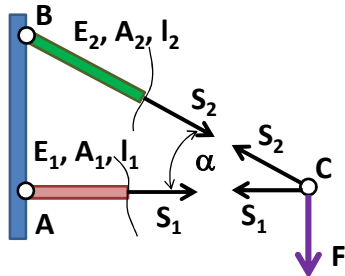
1. Određivanje sila u štapovima

Štapovi su opterećeni samo silama u pravcu ose štapa

Možemo štapove zameniti nepoznatim silama u čvoru C

32

Možemo štapove zameniti nepoznatim silama u čvoru C



Dobili smo sistem sila u ravni sa zajedničkom napadnom tačkom

Imamo dva uslova ravnoteže iz kojih dobijamo sile S_1 i S_2

Uslovi ravnoteže

$$1) \sum H_i = 0; \quad -S_1 - S_2 \cdot \cos \alpha = 0$$

$$2) \sum V_i = 0; \quad S_2 \cdot \sin \alpha - F = 0$$

*Prepostavili smo pozitivne smerove sila S_1 i S_2 u čvoru C

**Dobili smo predznak – za silu S_1 , to znači da je štap 1 pritisnut i da treba samo promeniti smer sile

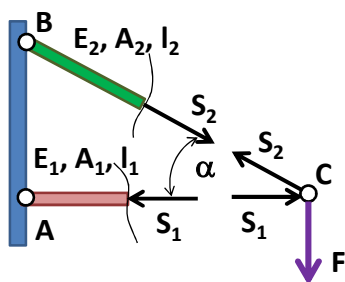
$$\text{Iz 2) } \rightarrow \quad S_2 = \frac{F}{\sin \alpha}$$

$$\text{Iz 1) } \rightarrow \quad -S_1 - \frac{F}{\sin \alpha} \cdot \cos \alpha = 0$$

$$S_1 = -F \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = -F \cdot \operatorname{ctg} \alpha$$

33

pravi smerovi sila



2. Crtanje plana pomeranja

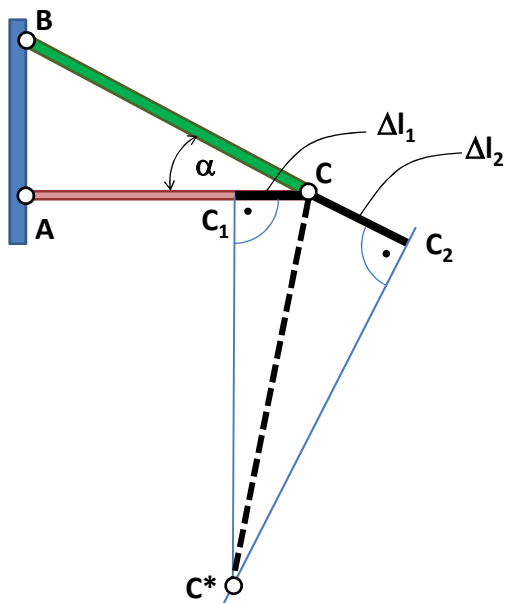
Štap 1 je pritisnut i on se skraćuje za

$$\Delta l_1 = -\frac{S_1 \cdot l_1}{E_1 \cdot A_1} = -\frac{F \cdot \operatorname{ctg} \alpha \cdot l_1}{E_1 \cdot A_1}$$

Štap 2 je zategnut i on se izdužuje za

$$\Delta l_2 = \frac{S_2 \cdot l_2}{E_2 \cdot A_2} = \frac{F}{\sin \alpha} \cdot \frac{l_2}{E_2 \cdot A_2}$$

34

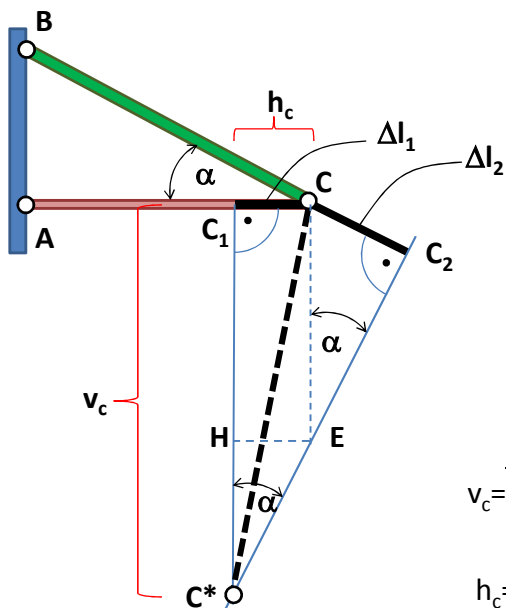


Kako crtamo plan pomeranja

1. Nanesemo izduženja ili skraćenja u pravcu osa štapova
2. Povučemo linije pod pravim uglom iz krajnjih tačaka izduženja (skraćenja) štapova
3. U preseku tih linija je položaj čvora C nakon deformacije štapova

35

3. Određivanje vrednosti pomeranja čvora C



1. Obeležimo ugao α na planu pomeranja

2. Iz trougla CC_2E imamo

$$\Delta l_2 = \overline{CE} \cdot \sin \alpha \rightarrow \overline{CE} = \Delta l_2 / \sin \alpha$$

$$\overline{C_1H} = \overline{CE}$$

3. Iz trougla HEC^* imamo

$$\overline{HE} / \overline{HC^*} = \tan \alpha \rightarrow \overline{HC^*} = \overline{HE} / \tan \alpha$$

$$\overline{HE} = \Delta l_1 \quad \overline{HC^*} = \Delta l_1 / \tan \alpha$$

vertikalno pomeranje čvora C je

$$v_c = \overline{C_1C^*} = \overline{C_1H} + \overline{HC^*} = \Delta l_2 / \sin \alpha + \Delta l_1 / \tan \alpha$$

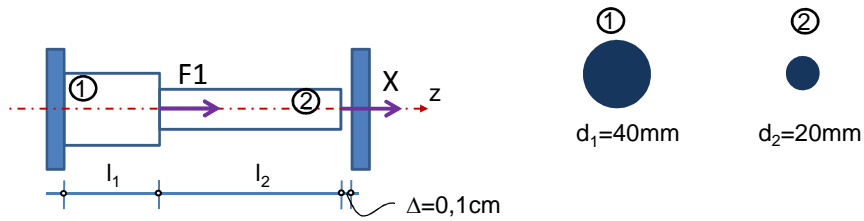
horizontalno pomeranje čvora C je

$$h_c = \overline{C_1C} = \Delta l_1$$

36

Primer 4.5

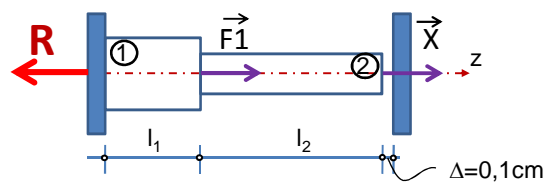
Štap AB kružnog preseka izrađen je od čelika ($E=21000 \text{ kN/cm}^2$), i opterećen silom $F_1=100 \text{ kN}$. Pri montaži štap 2 je ostao kraći za $0,1 \text{ cm}$. Izračunati silu kojom je potrebno delovati na štap 2 da se eliminiše nastao zazor. Dato je: $l_1=40\text{cm}$, $l_2=80\text{cm}$, prečnici $d_1=40\text{mm}$ i $d_2=20\text{mm}$.



37

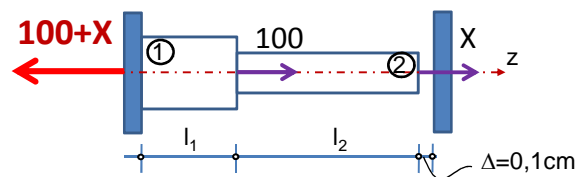
Rešenje:

Uslov ravnoteže: $\sum Z_i=0$ -kolinearni sistem sila

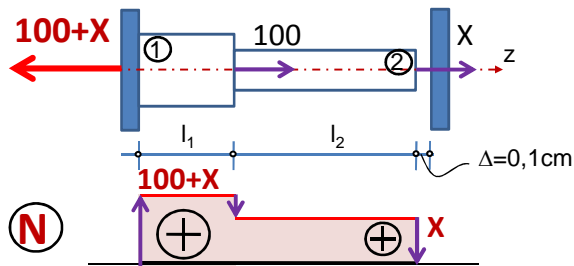


$$\sum Z_i = 0 \quad ; \quad R - F_1 - X = 0; \quad R - 100 - X = 0$$

$$R = 100 + X \quad (\text{kN})$$



38



Izduženje štapova

$$\Delta l_1 + \Delta l_2 = 0,1 \text{ cm}$$

Površina štapa 1 - A_1

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 \cdot l_1}{E \cdot A_1} = \frac{(100 + X) \cdot 40}{21000 \cdot 12,56}$$

$$A_1 = \frac{d^2 \pi}{4} = \frac{4^2 \pi}{4} = 4 \cdot 3,14 = 12,56 \text{ cm}^2$$

Površina štapa 2 - A_2

$$\Delta l_2 = \frac{N_2 \cdot l_2}{E \cdot A_2} = \frac{X \cdot 80}{21000 \cdot 3,14}$$

$$A_2 = \frac{d^2 \pi}{4} = \frac{2^2 \pi}{4} = 3,14 \text{ cm}^2$$

39

$$\Delta l_1 + \Delta l_2 = 0,1 \text{ cm}$$

$$\frac{(100 + X) \cdot 40}{21000 \cdot 12,56} + \frac{X \cdot 80}{21000 \cdot 3,14} = 0,1 \quad (*)$$

$$\frac{4000 + 40X}{21000 \cdot 4 \cdot 3,14} + \frac{80X}{21000 \cdot 3,14} = 0,1$$

$$1000 + 10X + 80X = 0,1 \cdot 21000 \cdot 3,14$$

$$90X = 6594 - 1000$$

$$90X = 5594$$

$$X = 62,15 \text{ kN}$$

Kontrola

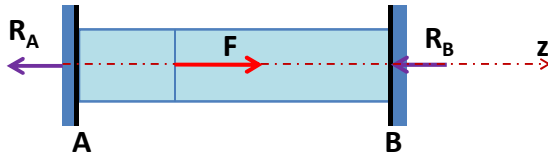
Zamenimo u (*) vrednost sile X

$$\frac{(100 + 62,15) \cdot 40}{21000 \cdot 12,56} + \frac{62,15 \cdot 80}{21000 \cdot 3,14} = 0,0245 + 0,0755 = 0,1 \text{ cm}$$

Tačno

40

STATIČKI NEODREĐENI ZADACI



Štap je pričvršćen na oba svoja kraja i opterećen silom F . Na mestu pričvršćivanja javljaju se nepoznate reakcije R_A i R_B

Sistem sila je kolinearan i ima jedan statički uslov ravnoteže

$$\sum F_{zi} = 0$$

Iz tog jednog uslova ravnoteže ne možemo odrediti dve nepoznate reakcije oslonaca R_A i R_B . Potreban nam je još jedan dodatni uslov.

To je uslov koji dobijamo iz deformacije štapa i to da je

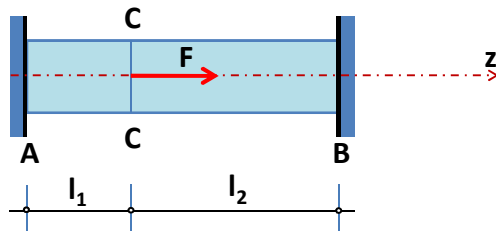
Ukupno izduženje štapa u u pravcu jednako nuli.

$$\Delta z = 0$$

41

Primer 4.6

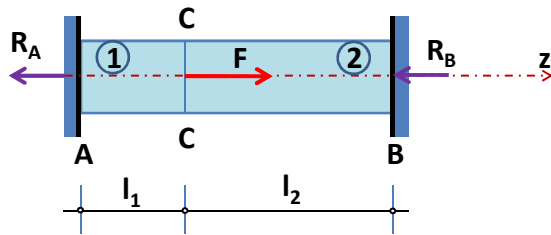
Štap AB poprečnog preseka $A = 6 \text{ cm}^2$ izrađen je od čelika ($E = 21000 \text{ kN/cm}^2$), i opterećen silom $F = 100 \text{ kN}$ u preseku C-C. Odrediti napone u pojedinim delovima štapa i nacrtati dijagram napona po dužini preseka. Dato je: $l_1 = 40 \text{ cm}$, $l_2 = 80 \text{ cm}$.



Rešenje

1. Postavimo statički uslov ravnoteže i dodatni uslov po deformacijama i iz te dve jednačine odredimo nepoznate reakcije

42

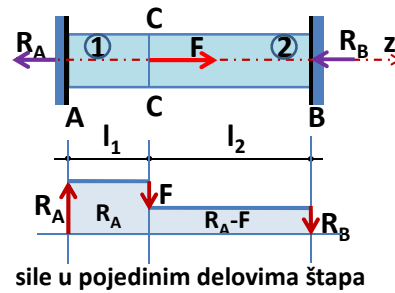


$$1) \sum F_{Zi} = 0 \rightarrow R_A - F + R_B = 0$$

$$2) \Delta Z_i = 0 \rightarrow \Delta l_1 + \Delta l_2 = 0$$

$$\Delta l_1 = \frac{R_A \cdot l_1}{EA} \quad \Delta l_2 = \frac{(R_A - F) \cdot l_2}{EA}$$

$$\text{iz 2) } \frac{R_A \cdot l_1}{EA} + \frac{(R_A - F) \cdot l_2}{EA} = 0$$



43

$$R_A \cdot l_1 + R_A \cdot l_2 - F \cdot l_2 = 0$$

$$R_A (l_1 + l_2) - F \cdot l_2 = 0$$

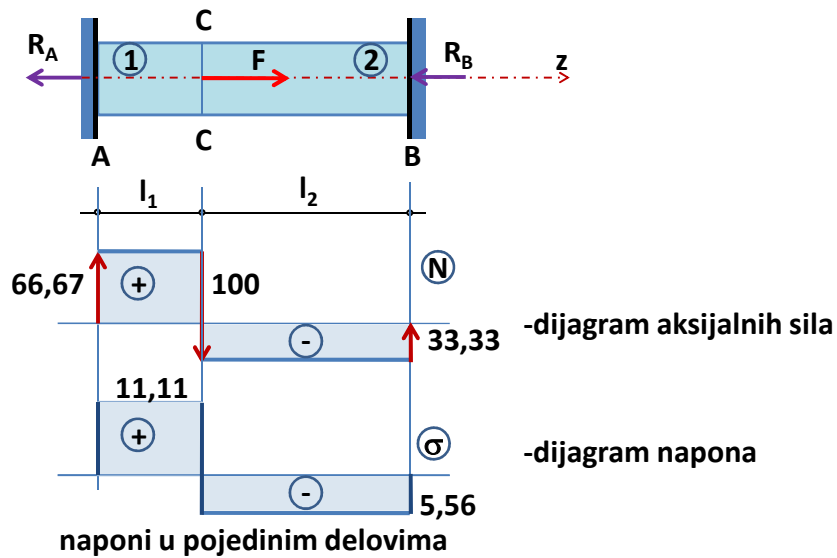
$$R_A = F \cdot \frac{l_2}{l_1 + l_2} = 100 \cdot \frac{80}{40 + 80} = \frac{2}{3} \cdot 100 = 66,67 \text{ kN}$$

$$\text{iz 1) } \frac{2}{3}F - F + R_B = 0$$

$$-\frac{1}{3}F + R_B = 0$$

$$R_B = \frac{1}{3}F = \frac{1}{3} \cdot 100 = 33,33 \text{ kN}$$

44



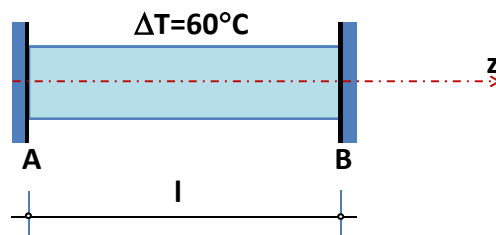
$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A} = \frac{66,67}{6} = 11,11 \text{ kN/cm}^2 \quad \sigma_2 = \frac{N_2}{A} = \frac{-33,33}{6} = -5,56 \text{ kN/cm}^2$$

45

Primer 4.7

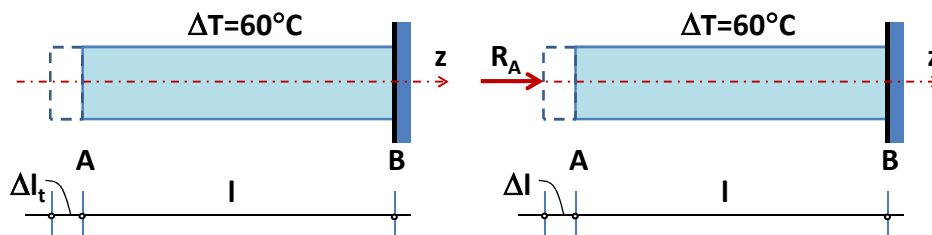
Štap AB poprečnog preseka $A=6 \text{ cm}^2$ izrađen je od čelika ($E=21000 \text{ kN/cm}^2$), i zagrejan $\Delta t=60^\circ\text{C}$. Odrediti napon u štapu

Dato je: $l=120\text{cm}$. $\alpha=1.2 \cdot 10^{-5} \text{ 1/C}$

**Rešenje**

1. Usled zagrevanja telo pokušava da se širi. Širenje tela je sprečeno i dolazi do pojave oslonačkih reakcija u A i B, a samim tim i pojava sile pritiska u štapu AB

46



1. Oslobodimo jedan kraj štapa i dozvolimo mu pomeranje odnosno izduženje usled promene temperature. To izduženje je:

$$\Delta l_T = \alpha \cdot \Delta T \cdot l$$

2. Reakcija oslonca sada treba da vrati to izduženje u nulu.

$$\Delta l = -\frac{R_A \cdot l}{E \cdot A}$$

47

3. Ukupno izduženje je jednako nuli.

$$\Delta l_t - \Delta l = 0$$

$$\alpha \cdot \Delta T \cdot l - \frac{R_A \cdot l}{E \cdot A} = 0 \rightarrow \frac{R_A}{A} = E \cdot \alpha \cdot \Delta T \rightarrow \sigma = E \cdot \alpha \cdot \Delta T$$

$$\sigma = 21000 \cdot 1,2 \cdot \frac{1}{100000} \cdot 60 = 15,12 \text{ kN/cm}^2$$

48